

# 16 トラッキング・レーザ・レーダ用ターゲットとしての光コーナ・レフレクタ

## Optical Corner Reflector for Tracking Laser Radar Target

中島 邦宏. 藤井 陽一, 斎藤 成文  
Kumihiro Nakajima. Yoichi Fujii, Shigebumi Saito.

東大 生産技術研究所 才3部  
Institute of Industrial Science, University of Tokyo

### 1 はじめに

光コーナ・レフレクタは、入射光に対してつねに180°の方向に光を反射させることができる。すなわち、それ自身の方向、位置に関係なく入射方向に反射光を戻すことができるのでレーザ・レーダ・システムにおけるターゲットとしてきわめて有用である。本研究はこのような光コーナ・レフレクタを宇宙飛行体の光学的トラッキングに用いるための基礎的特性をあきらかにすることを目的とするものである。

### 2 有効反射断面積

コーナ・レフレクタは、ある入射光に対して有効な反射断面を持つ。その形状と面積は反射パターンを決める重要な要素である。反射断面は入射光の

方向によつて当然変わるわけだ。ここでは任意の入射光に対する有効反射断面積を計算してみる。

有効断面積は、入射光と反射光とかベクトルの方向において逆方向であるという関係と、コーナキューブの頂点に関する対称であることから簡単に作図できる。

入射光の取り方が先ず問題であるが、図1に示す通りXYZ座標軸をとりコーナキューブを図のように固定すれば、任意の入射光はZ'軸となりその時の入射角は、 $\theta, \phi$ で表わされる。 $\theta = \angle ZPZ'$  (又は $\angle X'PX''$ )、 $\phi = \angle XPX''$ である。

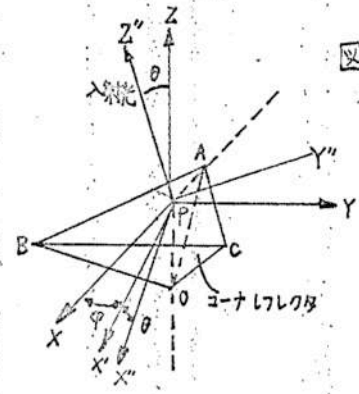


図1 入射角 $\theta, \phi$ の表わし方

Z軸方向の入射のとき ( $\theta, \varphi = 0$ ) の有効反射断面積を  $S_0$ , 任意の入射角の場合の面積を  $S$  とすると, それらは以下の式で求められる.

$$S_0 = a^2/2\sqrt{3} \dots\dots (1)$$

ただし,  $a = \overline{AB}$  である.

$S$  は二つの条件で異なり,  $S/S_0$  は次のようになる.

1)  $\tan \theta \cos(\varphi + 2\pi/3) \geq -1/2\sqrt{2}$  では  $S$  は  $\square$  形である

$$S/S_0 = 1/3 \cos \{ 4(1 - \sqrt{2} \tan \theta \cos \varphi) \times \{ 1 - \sqrt{2} \tan \theta \cos(\varphi - 2\pi/3) \} - \{ 1 + 2\sqrt{2} \tan \theta \cos(\varphi + 2\pi/3) \}^2 \} \dots (2)$$

2)  $\tan \theta \cos(\varphi + 2\pi/3) \leq -1/2\sqrt{2}$  では  $S$  は  $\diamond$  形である

$$S/S_0 = 4/3 \cos \theta (1 - \sqrt{2} \tan \theta \cos \varphi) \times \{ 1 - \sqrt{2} \tan \theta \cos(\varphi - 2\pi/3) \} \dots (3)$$

ただし,  $\theta$  は屈折効果があるので, コーナレフレクタの媒質の屈折率を  $n$  とすれば, 実際の入射角  $\theta'$  と  $\theta$ , つまり屈折角との関係は,

$$\theta = \sin^{-1}(\sin \theta'/n) \dots\dots (4)$$

となる.

$S/S_0$  は,  $\varphi$  が  $120^\circ$  まで一周となつて変化する. この結果から  $\varphi$  による変化は,  $\varphi, \theta$  があまり大きくないところでは少ないことかわかる. また,  $S/S_0$  の値は  $\theta'$  でほとんど決まる. この断面積の値は, 反射係数の一つとして重要であるか. その形状の変化も後に述べる回折現象の様子に大きな影響を与える.

### 3. 角度誤差

コーナレフレクタの三つの直角度には当然角度誤差  $\delta$  が含まれる. ゆえに入射光と反射光のベクトルの差は  $180^\circ$  に対する誤差  $\Delta$  を含むことになる.

そこで, 以下角度誤差について, 1)  $\Delta$  の方向余弦ベクトル表示, 2)  $\Delta, \delta$  の測定法, 3)  $\Delta$  の反射パターンへの影響等を考えることにする.

1)  $\Delta$  の方向余弦ベクトル表示

一般に, 一枚の平面鏡に対する入射光と反射光の関係は, ベクトル表示によると

$$r = Mi \dots\dots (5)$$

である. ただし  $i, r, M, n$  は

$i = [i_x, m_x, n_x]$  ... 入射光のベクトル

$r = [r_x, m_x, n_x]$  ... 反射光のベクトル

$n = [a, b, c]$  ... 平面鏡の法線のベクトル

$$M = \begin{bmatrix} 1 - 2a^2 & -2ab & -2ac \\ -2ab & 1 - 2b^2 & -2bc \\ -2ac & -2bc & 1 - 2c^2 \end{bmatrix} \dots \text{反射をあらわす行列}$$

とする.

レフレクターを図2のような座標軸で表わせば, 反射光のベクトル表示が (5) 式を使つて求まる. それと正しい (誤差のない) レフレクタの場合の反射ベクトルとの差をとれば,  $180^\circ$  の誤差  $\Delta$  がベクトル表示で求められる.

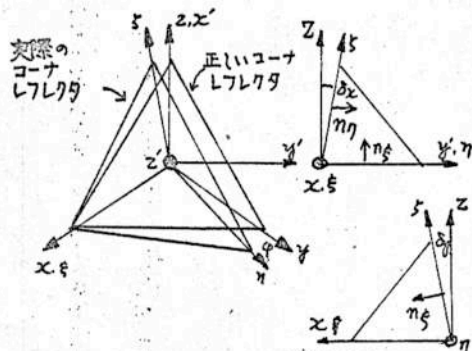


図2. コーナレフレクタの座標系表示



実際のレフレクタでは、反射光は角度誤差のために一般に六個の各々異ったベクトルを持っている。ただし図示の1と1'面の反射光については、大きさは等しく、符号が逆になる。ゆえに反射光の種類として  $R_{1-1'}$ ,  $R_{2-2'}$ ,  $R_{3-3'}$  の三つを求めればよい。

コーナキューブの直角度誤差を  $\delta_x, \delta_y, \delta_z$  で表わすと、 $\xi$ 面,  $\eta$ 面,  $\zeta$ 面の法線のベクトル  $n_\xi, n_\eta, n_\zeta$  は次のようになる

$$n_\xi = [0, 0, 1] \dots\dots (6)$$

$$n_\eta = [0, \cos\delta_x, \sin\delta_x] \dots\dots (7)$$

$$n_\zeta = [\cos\varphi \cos\delta_y, \sin\varphi \cos\delta_y, \sin\delta_y] \dots\dots (8)$$

(6),(7),(8) から、それぞれの反射面の反射行列、 $M_\xi, M_\eta, M_\zeta$  が求まり、先の(5)式より  $R_{1-1'}$ ,  $R_{2-2'}$ ,  $R_{3-3'}$  は次のようになる。

$$R_{1-1'} = TM_\xi M_\eta M_\zeta T^{-1} = S_{1-1'} i \dots\dots (9)$$

$$R_{2-2'} = TM_\eta M_\xi M_\zeta T^{-1} = S_{2-2'} i \dots\dots (10)$$

$$R_{3-3'} = TM_\zeta M_\xi M_\eta T^{-1} = S_{3-3'} i \dots\dots (11)$$

ただし、 $T, T^{-1}$  は  $x, y, z$  系の座標変換行列であり次のとおりである

$$T = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & 0 \\ -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{bmatrix} \dots\dots (12)$$

$$T^{-1} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{3} & -\sqrt{2} \\ -1 & \sqrt{3} & -\sqrt{2} \\ 2 & 0 & -\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

(9),(10),(11) 式が、 $x, y, z$  座標系での任意の入射に対する反射光のベクトル表示である。

まず  $R_{1-1'}$  について計算してみると  $S_{1-1'}$  については以下のように簡単になる。

$$S_{1-1'} = TM_\xi M_\eta M_\zeta T^{-1} = T \begin{bmatrix} 1 - 2(\cos\varphi \cos\delta_y)^2 & & & & & \\ -2\cos\varphi \sin\varphi \cos^2\delta_y & & & & & \\ -2\cos\varphi \cos\delta_y \sin\delta_y & & & & & \\ -2\cos\varphi \sin\varphi \cos^2\delta_y & & & & & \\ 1 - 2(\sin\varphi \cos\delta_y)^2 & & & & & \\ -2\sin\varphi \cos\delta_y \sin\delta_y & & & & & \\ -2\cos\varphi \cos\delta_y \sin\delta_y & & & & & \\ -2\sin\varphi \cos\delta_y \sin\delta_y & & & & & \\ 1 - 2\sin^2\delta_y & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\cos^2\delta_x & -2\cos\delta_x \sin\delta_x \\ 0 & -2\cos\delta_x \sin\delta_x & 1 - 2\sin^2\delta_x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} T^{-1} \dots\dots (13)$$

(13)式で、一般に、直角度の誤差  $\delta_x, \delta_y, \delta_z \ll \pi/2$ 、又、 $\varphi \sim \delta_x$  であるから

$$\sin\delta \sim \delta, \cos\delta \sim 1, \delta^2 \ll 1$$

としてよく、 $S_{1-1'}$  は次式のようになる。

$$S_{1-1'} = \begin{bmatrix} -1 & -2/\sqrt{3}(\delta_x - \delta_y + \delta_z) & & & & \\ 2/\sqrt{3}(\delta_x - \delta_y + \delta_z) & -1 & & & & \\ \sqrt{2}(\delta_x + \delta_y) & 2/\sqrt{6}(\delta_x - \delta_y - \delta_z) & & & & \\ \sqrt{2}(\delta_y + \delta_z) & & & & & \\ -2/\sqrt{6}(\delta_x - \delta_y - \delta_z) & & & & & \\ -1 & & & & & \end{bmatrix} \dots\dots (14)$$



ゆえに、 $x'$ 系座標において入射光を、 $i = [l_0, m_0, n_0]$  とすれば、正しいコーナキューブでの反射光  $r_{1-1}^0$  は、

$l_0^2 + m_0^2 + n_0^2 = 1$  とする。

以上のことから反射光の誤差を方向余弦ベクトル表示した  $\Delta_{1-1}$  は次の(15)式で求められる。

$$\Delta_{1-1} = r_{1-1} - r_{1-1}^0 = \begin{bmatrix} -2/\sqrt{3} m_0 (\delta x - \delta y + \delta z) \\ +\sqrt{2} n_0 (\delta x + \delta y) \\ 2/\sqrt{3} l_0 (\delta x - \delta y + \delta z) \\ -2/\sqrt{6} n_0 (\delta x - \delta y - 2\delta z) \\ -\sqrt{2} l_0 (\delta x + \delta y) \\ +2/\sqrt{6} n_0 (\delta x - \delta y - 2\delta z) \end{bmatrix} \dots (15)$$

同様に求めた  $\Delta_{2-2}$ ,  $\Delta_{3-3}$  についても行なえば、

$$\Delta_{2-2} = \begin{bmatrix} -2/\sqrt{3} m_0 (\delta x - \delta y - \delta z) \\ +\sqrt{2} n_0 (\delta x + \delta y) \\ 2/\sqrt{3} l_0 (\delta x - \delta y - \delta z) \\ -2/\sqrt{6} n_0 (\delta x + \delta y + 2\delta z) \\ -\sqrt{2} l_0 (\delta x - \delta y) \\ +2/\sqrt{6} m_0 (\delta x + \delta y + 2\delta z) \end{bmatrix} \dots (17)$$

$$\Delta_{3-3} = \begin{bmatrix} -2/\sqrt{3} m_0 (\delta x + \delta y - \delta z) \\ +\sqrt{2} n_0 (\delta x + \delta y) \\ 2/\sqrt{3} l_0 (\delta x + \delta y - \delta z) \\ -2/\sqrt{6} n_0 (\delta x + \delta y + 2\delta z) \\ -\sqrt{2} l_0 (\delta x - \delta y) \\ +2/\sqrt{6} m_0 (\delta x + \delta y + 2\delta z) \end{bmatrix} \dots (16)$$

となる。

入射光の特別な場合として、 $i = [0, 0, 1]$ 、すなわち垂直入射の場合には  $\Delta$  は次のようになる。

$$\Delta_{1-1} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} (\delta x + \delta y) \\ 2/\sqrt{6} (-\delta x + \delta y + 2\delta z) \\ 0 \end{bmatrix} \dots (18)$$

$$\Delta_{2-2} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} (\delta x + \delta y) \\ 2/\sqrt{6} (-\delta x + \delta y - 2\delta z) \\ 0 \end{bmatrix} \dots (19)$$

$$\Delta_{3-3} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} (\delta x - \delta y) \\ -2/\sqrt{6} (\delta x + \delta y + 2\delta z) \\ 0 \end{bmatrix} \dots (20)$$

ここで  $\Delta$  は  $|\Delta|$  と求められるのは当然であるが、(15)~(17)式からと、(18)~(20)式から求めた  $\Delta$  の値は異なってくる。しかしながら、 $\Delta$  の値は  $\delta \gg 1$  であればほとんど  $\delta$  の値で決まるから、 $\Delta$  の値のオーダーとして(18)~(20)式から求めよう。

2)  $\Delta, \delta$  の測定法

$\Delta$  の測定は、図3に示すごとくオートコリメータにより、 $\Delta$  の値が直接得られる。この場合の  $\Delta$  は、図示の  $x', y'$  成分がすべて求められるか。ここでは、先の(18)~(20)式の場合の垂直入射を考え  $\Delta$  の測定よりの求め方について述べる。オートコリメータは、上図に示すごとく、 $G_2$  (ガラス板) に十字線が刻んである。測定面からの十字像  $S'$  から角度誤差  $\Delta$  を直接測れるようになっていいる。図3にはその測定像を示すか、コーナレフレクタの



場合には、一般に六本の十字線が得られる。

(18) レフレクタの測定法

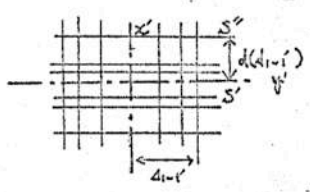


図3 オート・コリメータによるΔの測定法

Δのこの方法による測定では、 $\Delta_{1-1'}$ と $\Delta_{2-2'}$ の判別つまり符号の判別が難しい。これには直接反射パターンを観測してみるしかない。観測例は、明らかにパターンが六つに分離されている場合があるか。この分離の度合は距離と共に大きくなる。このときの $\Delta_{1-1'}$ 、 $\Delta_{2-2'}$ 、 $\Delta_{3-3'}$ は、その符号のみについて記せば

$$\Delta_{1-1'} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + \\ + \end{bmatrix}, \quad \Delta_{2-2'} = \begin{bmatrix} + \\ - \end{bmatrix},$$

$$\Delta_{3-3'} = \begin{bmatrix} 0 \\ - \end{bmatrix}$$

となる。

この方法でΔの符号かわねば、先の(18)~(20)式より求められる。

3) Δの反射パターンへの影響

入射光が、レフレクタの表面に垂直に入射すると、六つの反射面のうちの一つM<sub>1</sub>について考えれば、単なる平面鏡M<sub>1</sub>'の傾きが入射光に対する垂直面からΔであると考えるとよい。

ゆえに距離Rだけ離れた所の像は、RΔだけズレが生じる。

Δの値は六つの反射面について

一般には異った値を持ち、レフレクタの反射パターンを分散させることになる。誤差の小さいものでも遠距離になるほどその効果は無視できなくなる。

4. 反射パターンの解析

実際のパターンの検討には次のようなことを考えなくてはならない。

(1) 六つの反射面は一般には異ったΔを持つため、各々のベクトルパターンを分散を考えなくてはならない。

(2) 六つの反射面は、正確には四辺形で形状も入射角によって大きく変化する(そのため回折効果の変化は大きく、ビームの拡がりも入射角が大きくなると非常に大なることを考えなくてはならない)。

次に、Δの測定結果並びに直角度誤差δの算出結果について述べたい。

また、回折効果の検討も加えて、反射パターンの解析を簡単にしてみたい。

まずΔの測定結果は表1に示すこれは垂直入射光の場合で測定法は先に述べた(図3)のとおりである。

表1 Δの測定結果 (単位: 秒)

No.	Δ			
	$\Delta_{1-1'}$	$\Delta_{2-2'}$	$\Delta_{3-3'}$	
1	x'	15	15	0
	y'	10	-5	-18
2	x'	-13	-13	0
	y'	-10	11	16
3	x'	-30	-30	0
	y'	-20	15	33
4	x'	40	40	180
	y'	-135	-65	20



ここで No. 4 は誤差の特に大きな例として測定例に加えたものである。

この測定結果より、 $\Delta, \delta$  の値が (18) - (20) 式より求まり表 2 に示す

表 2. 表 1 の測定結果から求めた  $\Delta, \delta$  の値 (単位: 秒)

	$\Delta_{1-1'}$	$\Delta_{2-2'}$	$\Delta_{3-3'}$	$\delta_x$	$\delta_y$	$\delta_z$
No. 1	18	16	18	5.4	5.4	4.5
2	16.4	17	16	-4.7	-4.7	-5.8
3	36	33	33	-10.7	-10.7	-11.4
4	141	77	207	75	-50	-24

回折角は円孔として考えると回折公式により、 $D$  (円孔の直径) = 15 mm にとり入 (He-Ne レーザ光の波長) = 0.6328  $\mu$  とすると

$$\Delta_d = 0.05 \text{ m} \cdot \text{rad}$$

となる。

これらの結果を用いて、資料 No. 1 について距離 100 m の所での反射パターンの作図をすることが出来る。

ここで、 $D, d_0$  の値を簡単に決めることは問題かあると思うが、その形状と大きさも観測結果と非常に良く一致しており、反射パターンと基本的特性との関係で考察した結果が間違っていないことかわかった。その他の資料についても同じ方法で作図出来るが、資料 No. 2, 3 については、 $R=100\text{m}$  の所では  $\Delta$  の値が収れん方向にあり、六つの回折像が重なっている。そのため、干渉が加わり複雑なパターンとなっていることかわかる。しかしながら 11 つの資料も  $\Delta > \Delta_d$ 、つまり角度誤差の方が回折角より 3~5 倍大きいため、距離  $R$  が十分大きくなるとパターンの分散はまぬかれないことかわかる。

5. コーナ・レフレクタールーの指向性

1) 円孔近似による Regular Array  
 $N$  個の同一の aperture が、同一平面上にある場合の F. D. P. の一般式を求める。図 4 のように、 $(X_1, Y_1), (x, y), (X_2, Y_2)$  の三つの座標軸上に、光源  $S$ , aperture  $Q$ , 観測点  $P$  があるとする。

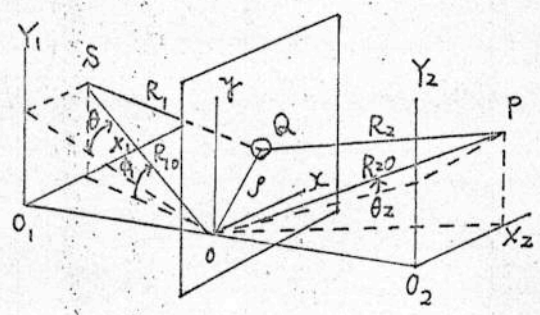


図 4

ここで F. D. の条件を満足すべく aperture  $Q$  より充分遠方に  $S, P$  があるとする。又、 $Q$  の大きさ、間隔は波長に比べて充分大きいとする。

$O$  点に aperture  $Q_0$  を考え、二つの aperture から  $S$  迄の距離の差を  $\Delta_1 = R_1 - R_{10}$ 、 $P$  迄の距離の差を  $\Delta_2 = R_2 - R_{20}$  とすると、 $P$  点での光波の複素振幅は

$$(A + iB) e^{iR(\Delta_1 + \Delta_2)} \dots (21)$$

と表わされる。ただし  $R = \frac{2\pi}{\lambda}$  である。 $O$  と  $O_1$  の距離を  $L$  とすると

$$L^2 = R_1^2 - (x - X_1)^2 - (y - Y_1)^2 = R_{10}^2 - X_1^2 - Y_1^2$$

故に

$$\Delta_1 = R_1 - R_{10} = \frac{P^2}{R_1 + R_{10}} = \frac{2}{R_1 + R_{10}} (xX_1 + yY_1)$$



ただし  $r^2 = x^2 + y^2$  が  $r$  は  $O$  から  $Q(x, y)$  迄の距離である。  $F, D$  の領域では  $r^2$  の項は無視して  $R_1 + R_0 \approx 2R_0$  であるから

$$\Delta_1 = -\frac{1}{R_0} (xX_1 + yY_1)$$

今

$$\frac{X_1}{R_0} = \sin \theta_1, \quad \frac{Y_1}{R_0} = \sin \phi_1$$

最後の形として

$$\Delta_1 = -x \sin \theta_1 - y \sin \phi_1, \dots (22)$$

同様にして

$$\Delta_2 = -x \sin \theta_2 - y \sin \phi_2, \dots (23)$$

となる。(22), (23) を (21) に代入すれば  $P$  点での複素振幅が求められるが、一般に  $N$  個の aperture が平面上にある場合、 $j$  番目の aperture を  $(x_j, y_j)$  とおくと

$$e_p = (A + iB) e^{-i\omega t} \sum_{j=1}^N e^{-ik[x_j(\sin \theta_1 + \sin \theta_2) + y_j(\sin \phi_1 + \sin \phi_2)]} \dots (24)$$

磁界は

$$b_p = \frac{K}{R} \times e_p \dots (25)$$

ここで、 $K$  は wave vector が  $A, B$  に直交している。 $P$  点の Poynting Vector の時間平均は

$$\langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} \text{Re}(e \times b^*) \dots (26)$$

であるから、(26), (24), (25) を代入して

$$\langle S_p \rangle = \langle S_p \rangle_1 \left| \sum_{j=1}^N e^{-ik[x_j(\sin \theta_1 + \sin \theta_2) + y_j(\sin \phi_1 + \sin \phi_2)]} \right|^2 \dots (27)$$

ここで

$$\langle S_p \rangle_1 = \frac{c}{8\pi R} (A^2 + B^2) K \dots (28)$$

(27), (28) の左辺のベクトルの絶対値を  $I, I_1$  とすると省略記号  $F$  を用いる

$$I = I_1 |F|^2 \dots (29)$$

$$F = \sum_{j=1}^N e^{-ik[x_j(\sin \theta_1 + \sin \theta_2) + y_j(\sin \phi_1 + \sin \phi_2)]} \dots (30)$$

$I$  は  $P$  点のエネルギーの時間平均である。又  $I_1$  は一個の aperture が開口している場合のエネルギーの時間平均である。

次に  $N, M$  個の矩形 Regular Array について考えよう。

先ず図 5 に示す様な  $N, M$  個の矩形 Array について考える。横軸に  $j$  番目、縦軸に  $l$  番目の円孔について

$$x_{jl} = (j-1)dx, \quad y_{jl} = (l-1)dy$$

又  $\delta x, \delta y$  について

$$\delta x = \frac{Rdx}{2\pi} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2), \quad \delta y = \frac{Rdy}{2\pi} (\sin \phi_1 + \sin \phi_2)$$

とすると

$$F = \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^M e^{-iz\pi[(j-1)\delta x + (l-1)\delta y]} = \sum_{j=1}^N e^{-i2\pi(j-1)\delta x} \sum_{l=1}^M e^{-i2\pi(l-1)\delta y} \dots (31)$$

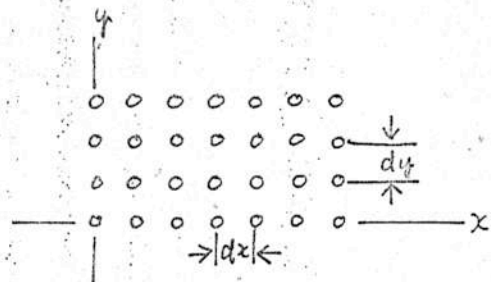


図 5



ここで

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{1 - a^n}{1 - a}$$

を用いると

$$\sum_{j=1}^N e^{-i2\pi(j-1)\delta x} = \frac{1 - e^{-iN2\pi\delta x}}{1 - e^{-i2\pi\delta x}} = \frac{e^{-i\pi\delta x} (e^{i\pi\delta x} - e^{-i\pi\delta x})}{e^{-i\pi\delta x} (e^{i\pi\delta x} - e^{-i\pi\delta x})} = \frac{\sin N\pi\delta x}{\sin \pi\delta x} e^{-i(N-1)\pi\delta x}$$

故に (30) より

$$|F|^2 = \frac{\sin^2 N\pi\delta x}{\sin^2 \pi\delta x} \cdot \frac{\sin^2 M\pi\delta y}{\sin^2 \pi\delta y} \dots (32)$$

(32) で 垂直入射を考へ ( $\theta_1 = \phi_1 = 0$ ),  $\theta_2, \phi_2 = 0$  のときは

$$|F|^2 = \frac{\sin^2 N\pi\delta x}{\sin^2 \pi\delta x} M^2 \dots (33)$$

一個の円孔の直径を  $d$  とすると その F.D.P.I. は

$$I_1 = I_0 \left[ \frac{2J_1(\pi d)}{\pi d} \right]^2 \dots (34)$$

であるから ( $d = \frac{2\lambda}{2\pi} \sin \theta_2$ ), (33), (34) を (29) に代入して

$$I = I_0 \left[ \frac{2J_1(\pi d)}{\pi d} \right]^2 \frac{\sin^2 N\pi\delta x}{\sin^2 \pi\delta x} \cdot M^2 \dots (35)$$

となる。

(35) において  $\left[ \frac{2J_1(\pi d)}{\pi d} \right]^2$  の項は  $d = 1.22 \left( \frac{\lambda}{\sin \theta_2} \right)$  に第一の暗点を持つパターンである。又  $\frac{\sin^2 N\pi\delta x}{\sin^2 \pi\delta x}$  の項は

$\delta x = m$  (整数) のとき、(近似的に  $\delta x = \frac{kd_x}{2\pi}$ )  $\sin \theta_2 = m$ ,  $\theta_2 \ll 1$  より  $\theta_2 = m \left( \frac{\lambda}{d_x} \right)$

principal maxima を有し、 $\left( \frac{d_x}{\lambda} \right) / N$  の間隔で零となり、 $N-2$  個の secondary maxima を有する。

(35) の特別の場合、 $\delta \sim dx$  では、総合パターンは一つの principal maxima のみとなり、ビーム幅は  $N\delta$  幅の単一 aperture と同じパターンとなる。

### 2) Random Array

実際の Corner Cube Array に近い形として先ず (30) の位相項を  $\psi_j$  とし 2 次式の様におく  $\psi_j = -R [x_j (\sin \theta_1 \sin \theta_2) + y_j (\sin \phi_1 \sin \phi_2)] \dots (36)$

垂直入射の場合は  $\theta_1 = \phi_1 = 0$  である

$$\psi_j = -R (x_j \sin \theta_2 + y_j \sin \phi_2) \dots (37)$$

故に

$$F = \sum_{j=1}^N e^{i\psi_j} \dots (38)$$

条件として

- 1)  $N$  個の同一の aperture 一つのスクリーンに random に配列されている
- 2) 各 aperture は独立に回折波を作るほど離れている

スクリーンに垂直方向では  $\theta_2 = \phi_2 = 0$  である

$\psi_j = 0$ , 故に  $F = N$  となる。垂直方向から充分離れた場合、Corner Cube Array の工作精度から  $x_j, y_j$  は  $\lambda$  について random と考えられる。故に  $\psi_j$  は  $0 \sim 2\pi$  の間で random である。さらに  $F$  は  $0 \sim N$  の間で random となる。random な分布を取扱ったのは、J. W. Gibbs の理論で、統計学に基づいたものである。この分布は "random walk" として知られている。ここでは同様の事を述べ Kennard の理論に従う。またより

$dust$  を表わす複素平面 ( $\xi, \eta$ ) で、実軸  $\xi \sim \xi + d\xi$  と、虚軸  $\eta \sim \eta + d\eta$  の矩形の微小面積を考へる。Kennard によると、一つのスクリーン (2 次元) 全体  $N$  個の random な aperture を持つ。よって、その微小面積中の一つの明点に寄与する確率は、 $dust$  の全明点と微小面積中の明点との比で与えられる

$$P_{\xi d\xi \eta d\eta} = \frac{1}{\pi N} e^{-(\xi^2 + \eta^2)/N} d\xi d\eta \dots (39)$$

ここで分布関数  $P_{\xi\eta}$  は  $|F| = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2}$  の関数である。簡単のために  $P = |F|$  とする。

(39) は  $\iint P_{\xi\eta} d\xi d\eta = 1$  の normalization が満たされると成立する

次に  $P \sim P + dP$  の ring 中に一つの random スクリーンによつて生じる  $F$  を見出す確率  $P_P$  は (39) を  $P \sim P + dP$  で積分して

$$P_P dP = \frac{1}{\pi N} e^{-P^2/N} 2\pi P dP = \frac{2}{N} P e^{-P^2/N} dP \dots (40)$$

ここで  $|F|^2 \equiv P^2$  の平均値は



$$[P^2]_{av} = \int_0^\infty P^2 P_f dP = \frac{2}{N} \int_0^\infty P^2 e^{-P^2/N} dP = N \dots (41)$$

次に  $P^2$  の root-mean-square deviation は

$$\Delta(P^2) = \left\{ [(P^2 - [P^2]_{av})^2]_{av} \right\}^{1/2} = \left\{ [P^4]_{av} - ([P^2]_{av})^2 \right\}^{1/2} \dots (42)$$

$[P^4]_{av}$  は (21) の計算と同じ方法で  $2N^2$  となるから  $\Delta(P^2) = N$

以上のことから Corner Cube Array を random Array と考えた場合、パターンをスムージングすれば、平均値としては単一の aperture による F. D. P. の  $N$  倍となり、指向性の半値幅は変わらないといえる。

6. コーナ立方体を用いた人工衛星標定システム設計

(1) レーダ方程式と逆反射器の利得  
 レーダ方程式には今迄にも種々の表れ方があるが、基本的には等しいものである。ここで受信光学素子の入射面における photon 数  $S$  について次式の様に表わす。

$$S = \frac{E}{h\nu} G_T A_s G_s A_R \frac{T^2}{R^2} [\text{Photons}] \dots (43)$$

ただし

- E: 送信パルスの全エネルギー [J]
- $h\nu$ : 1 photon 当りのエネルギー [J]  
 ( $\lambda = 0.7\mu$  とし  $h\nu = 2.86 \times 10^{-19}$  (J))
- $G_T$ : 送信光学系の利得  
 (送信ビームの半値幅を立体角で表わして  $\Omega_T$  とすれば  $G_T = \frac{1}{\Omega_T}$  と定義する)
- $A_s$ : Corner Cube Array の有効開口面積 ( $m^2$ )
- $G_s$ : Corner Cube Array の利得 (\*以下で証明)
- $A_R$ : 受信光学系の有効開口面積 ( $m^2$ )
- T: 大気率の透過率
- R: 人工衛星と送受信点との直距離 ( $m$ )

Corner Cube Array の逆反射器として

の利得の定義は、まず「反射光のエネルギー分布  $E$  を Gaussian Function で近似して、

$$E = \frac{E_T}{2\pi\theta^2} e^{-\theta^2/\theta_0^2} \dots (44)$$

とする。ただし、 $E_T$  は逆反射器からの全反射エネルギー、 $2\theta_0$  は Gaussian Function の半値幅、及び  $\theta_0$  は Gaussian 分布の中心からの偏位角とする。

また、偏位角  $\theta$  のところのエネルギー密度は、その所の微小面積を  $dA$  とすると、

$$\frac{dE}{dA} = \frac{E_T}{2\pi\theta^2} e^{-\theta^2/\theta_0^2} = G_s E_T \dots (45)$$

故に、逆反射器の利得  $G_s$  は上式より

$$G_s = \frac{1}{2\pi\theta^2} e^{-\theta^2/\theta_0^2} \dots (46)$$

と表わせる。

この  $G_s$  の  $\theta = 0$  の場合の値は  $1/2\pi\theta_0^2$  は、半値幅  $2\sqrt{2}\theta_0$  としたときの立体角  $\Omega_s$  により  $G_{s0} = 1/\Omega_s$  と一致する。

(2)  $G_s$  の衛星の対地速度を考慮した最適値

行星の対地水平速度によって Corner Cube Array によって反射光は  $\theta_0 \approx \frac{v}{c}$  だけ入射光の軸からズレて返ってくる。この場合、図 6 に示すように受信点では  $G_s$  が小さく見える。

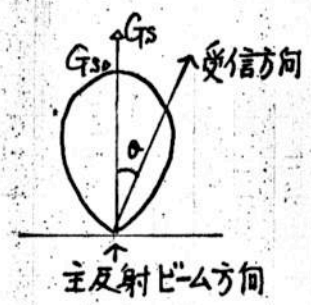


図 6

従って、 $\theta = \theta_0$  のとき  $G_s$  が最大となるように、 $\theta_0$  の値を選ぶ必要がある。それには (46) より、



$$\frac{\partial G_s}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_0} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{2\pi\delta^2} e^{-\theta^2/2\delta^2} \right) \Big|_{\theta=\theta_0} = 0 \dots (47)$$

より  $\theta_0$  が与えられれば  $\sigma$  が求められる。  
 ここで後に述べる SAO を計画して11397  
 m<sup>2</sup> は altitude = 3720 km で 対地水平  
 速度は 6.30 km/sec. にフリス当てはめると  
 $\theta_0 = 40 \mu \text{ rad}$  となり (47) より

$$\sigma = \frac{\theta_0}{\sqrt{2}} = 2.8 \times 10^{-5} \text{ rad (5.8 sec)}$$

となる又 (44) より  $G_s = 7.77 \times 10^7$   
 となり Corner Cube の反射面を Al coating  
 とすると  $\lambda = 0.7 \mu \text{ m}$  で Corner Cube の  
 反射率は 0.72 であるから 実際の  $G_s$  の  
 値はこの反射率をかけた  $G_s = 5.4 \times 10^7$   
 となる

3) システム設計例の検討

ここで SAO を計画しているシステム  
 と 比較的実現可能なシステム例との  
 比較をし、その受信電力の比較、特に  
 Corner Cube Array の  $G_s, A_s$  にフリス  
 検討してみる。

記述上簡単のために 前者のシステムを  
 SAO システム、後者を TODAI システム  
 とする。

	SAO system	TODAI system
E [J]	5	1.2
$G_T$	$1.67 \times 10^6$ ( $\theta_T = 0.86 \text{ m rad}$ )	$2.8 \times 10^6$ ( $\theta_T = 0.6 \text{ m rad}$ )
$A_s [\text{m}^2]$	$8.4 \times 10^{-2}$	$2.06 \times 10^{-3}$
$G_s$	$5.4 \times 10^7$ ( $\% \text{幅 } 7.9 \times 10^{-5} \text{ rad}$ )	$\approx 1.16 \times 10^9$ (Al coating の 反射率 0.72 を × した) (半値幅 $2.8 \times 10^{-5} \text{ rad}$ )
AR [m]	0.122 (20 inch dia)	0.046 (16 inch dia)
S [photons]	$1.62 \times 10^{11} T^2/R^2$	$1.78 \times 10^{20} T^2/R^2$

表 3 (\* $G_s$  の定義が異なる)

	SAO	TODAI
Satellite	Cross-section area	$0.4536 (\text{m}^2)$ $0.485 (\text{m}^2)$
	Radius	38 (cm) 39.3 (cm)
Array	Total area	$1.0053 (\text{cm}^2)$ —
	Number of Corner Cube	960 1 (実用上 $\delta = 10$ )
	Front surface area of each corner cube	$10.47 (\text{cm}^2)$ $0.206 (\text{cm}^2)$
	Length of edge of Triangle front surface	4.92 (cm) 10 (cm)

表 4

表 3.4 に示すように、SAO と TODAI の  
 system の定数をあげて比較してみると、  
 受信光子数の項では近い値で一一致し  
 ている。なお Satellite の Array は、SAO  
 が半径 38 cm の球体に 960 個の Corner  
 Cube (Triangle front surface の一辺の長  
 さが 4.92 cm) を一様に分布させている  
 のに対し、TODAI では、39.3 cm の球体  
 に 6 個の Corner Cube (同上の一辺の長さ  
 が 10 cm) を使っている。  
 $G_s$  の値については表 1 の \* でも記す  
 ように異なった求め方をしている。TODAI  
 の方では、半値幅を  $\delta$  とすると

$$G_s' = \frac{4}{\pi \delta^2} \dots (48)$$

より利得  $G_s$  を求められている。又、 $\delta$  は、  
 Corner Cube の垂直入射の場合の有効  
 面積を六等分した等価円孔面積より  
 等価円孔の直径  $R_0$  を求め、さらに、  
 Corner Cube の Triangle front surface  
 の一辺の長さを  $a$  とすると

$$\delta = \frac{\lambda}{R_0} = \frac{\lambda}{0.2475a} \dots (49)$$

である。又 TODAI の方では Satellite の  
 対地速度  $V$  の効果は考えない。  
 ただ  $G_s$  の値は、 $\% \text{幅}$  を半値幅に置  
 きかえて、 $a$  のちがいを考えると二つの  
 システムで全く同じ  $G_s$  の設計となる。



上記のシステム例では、Corner Cubeの角度誤差は考えない設計であるか。角度誤差のあるCorner Cube Arrayでは単一のapertureによる半値幅より広がったものになる。そこでその半値幅の分散率を $K (K > 1)$ とし、半値幅を $S_0$ とし、直角度誤差との間では $S_0 = 3md\gamma$  ( $d\gamma$ は直角度誤差で、入射光と反射光の直角度誤差のズレは、垂直入射のとき $3d\gamma$ である)とおくと、本章の(47)より求めた最適の $G_s$ を与える $\sigma$ の値から、その場合の半値幅 $S$ は  $S = 2.376$  であるから、これより単一パターンの半値幅及び必要な直角度誤差は

$$S_0 = \frac{S}{K} \dots \dots (50)$$

$$d\gamma = 0.79 \frac{S}{Km} \dots \dots (51)$$

となる。K、mの向には当然相関がある。

### 7. おわりに

以上 コーナ・レフレクタについて、その単一の反射特性、アレーとして使用した場合の指向性、ならびに、レーザ・レーダシステムとしてみた場合の特性について説明した。これからわかるように、実際の応用にはなおいくつかの問題が残っているか。大筋でコーナ・レフレクタのターゲットとしての使用可能性はあまらななくなったともおもわれる。

おわりに、日頃 御指導 いただき、本所 浜崎教授、並びに 資料を拝借した 日立中研、その他 関係各位に深謝する。

### 8. 参考文献

1) J. M. Stone, "Radiation and Optics," P115, Mc Graw-Hill,

2) 藤井、中嶋, "光コーナレフレクタの解析" 生産研究 昭和44年11月

3) Kennard, "Kinetic Theory of Gases", P 268, McGraw Hill, 1938.